

III. országos magyar matematikaolimpia
XXX. EMMV
megyei szakasz, 2020. január 18.

VII. osztály

1. feladat.

- a) Számítsd ki az $a = \sqrt{(2019 - 3^n)^2} - \sqrt{(3^n - 2020)^2}$ kifejezés értékét, ahol $n \in \mathbb{N}$.
b) Határozd meg az x és y racionális számok értékét, ha fennáll a következő egyenlőség:

$$\sqrt{2(x+2)^2} - 3\sqrt{2} = |y+4|\sqrt{5} - |\sqrt{2} - \sqrt{5}|.$$

2. feladat. Oldd meg az egész számok halmazán a következő egyenleteket:

- a) $\frac{x+2}{5} = \frac{5}{y+1}$, $y \neq -1$;
b) $\frac{x+1}{3} - \frac{5}{y+2} = 2$, $y \neq -2$.

3. feladat. Az $ABCD$ négyszögben az A és C szögek derékszögek, a D szög mértéke 120° , valamint $AD = DC$. Számítsd ki az ABC háromszög területét, ha az ADC háromszög területe 15 cm^2 .4. feladat. Az ABC háromszögben $AB = AC$, D a B pontból kiinduló BC félegyenesnek egy olyan pontja, amelyre $CD = BC$ ($D \neq B$), és tudjuk, hogy $\widehat{ADB} = 30^\circ$. Legyen E és Q rendre a BC és CD szakasz felezőpontja, az F pont a C pontból az AD egyenesre húzott merőleges talppontja, P pedig az AC és EF egyenesek metszéspontja. Igazold, hogy:

- a) $AB \perp AD$;
b) $AEB_\Delta \equiv EFQ_\Delta$;
c) $T_{AEP} = T_{CPFQ}$.